
Université Norbert ZONGO
UFR-ST / L2S4-Mathématiques
Session de remplacement : Probabilité 2 (durée : 2h)

Exercice 1 Soit le polynôme $P(X) = X^2 - 2AX + B$. On suppose que A et B sont des v.a.r. indépendantes qui suivent la loi uniforme sur $[0, 1]$.

1. Quelle est la probabilité que P possède 2 racines réelles distinctes ?
2. Quelle est la probabilité que P possède une racine double ?
3. Quelle est la probabilité que P possède 2 racines complexes (et non réelles) ?

Exercice 2 Soit (X, Y) de loi uniforme sur $D(0; R)$, disque de centre 0 et de rayon R ($R > 0$).

1. Donner une densité de (X, Y) .
2. Déterminer les densités marginales de X et Y .
3. X et Y sont-elles indépendantes ?
4. Calculer $\text{Cov}(X, Y)$
5. Soit $U = \sqrt{X^2 + Y^2}$. Déterminer la fonction de répartition, une densité et l'espérance de U .

Exercice 3 Soit X la variable aléatoire d'ensemble fondamental $\mathbb{R}^+$ et dont une densité de probabilité f_X est égale à :

$$f_X(t) = \frac{t^n \exp\left(-\frac{t}{2}\right)}{2^{n+1} n!}, \quad t \geq 0$$

1. Identifiez la variable aléatoire X (De quelle loi s'agit-il ?).
2. Calculez les moments d'ordre 1 et 2 de X .

Exercice 4 Marine et Laure se sont données rendez-vous à l'Arena à 20h30 environ. Si Marine arrive entre 20h15 et 20h45 et si Laure arrive indépendamment entre 20h00 et 21h00, trouver la probabilité que celle qui arrive en premier n'attende pas plus que 5 minutes. Quelle est la probabilité que Marine arrive en premier ? (On considère que les arrivées sont uniformément distribuées.)